# ТЕОРИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ФИЛЬТРА С ДЕЛЕНИЕМ ЧАСТОТЫ ПОПОЛАМ

В. А. Котельников

Техника связи, 1932, №8, с.80-88

В последнее время в радиотехнике начинают применяться для борьбы с атмосферными помехами при радиотелеграфном приеме нелинейные фильтры, предложенные академиком Мандельштамом и проф. Папалекси.

Эти фильтры дают возможность избавляться от атмосферных помех даже при значительной силе последних и основаны на явлении деления частоты в нелинейных системах. Теория этого явления разработана ак. Мандельштамом и проф. Папалекси<sup>1</sup>), но ввиду сложности математического аппарата, применяющегося в ней, она является мало доступной для широких кругов радиоспециалистов.

Цель настоящей статьи — дать теорию этого явления, не пользуюсь сложным математическим аппаратом, что оказалось вполне возможным.

#### §1. Сущность явления

Принципиальная схема деления частоты, употребляемая в таких фильтрах показана на фиг. 1. Как видим, это схема обычного гетеродина, причем его режим подобран так, что он находится недалеко от самовозбуждения, а рабочая точка сдвинута на нижний сгиб характеристики.

Рассмотрим, как такая схема будет реагировать на всякие электрические толчки в случаях, когда на сетку извне ничего не подается и когда подается внешняя эдс:

$$l = \varepsilon \cos z \omega_0 t,$$

где  $\omega_0$  — угловая частота анодного контура.

В первом случае, как это хорошо известно, в анодном контуре возникнут колебания с частотой  $\omega_1$ , которые будут передаваться на сетку и вызывать колебания в анодном токе. Последние будут поддер-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Доложено проф. Папалекси на конференции по колебаниям в Москве 11 ноября 1931 г. см. также статью Мандельштама и Папалекси в «Zeit. für Physik», 1931 г., т. 73, № 3-4).

40



живать уже существующие колебания в анодном контуре, но т.к. у нас обратная связь недостаточна для самовозбуждения, то эти колебания, возникшие от толчка, затухнут.

Во втором случае, когда на сетку извне подается эдс двойной частоты, возникшие от толчка в анодном контуре колебания будут также усиливаться лампой, как и в первом случае, но кроме этого в анодной цепи появится еще добавочный ток разностной частоты, т. к. мы стоим на нижнем сгибе. Частота этого тока в данном случае будет:

$$2\omega_0 - \omega_0 = \omega_0,$$

т.е. как раз будет равна частоте колебаний в анодном контуре. Этот добавочный ток также будет стремиться поддерживать колебания, облегчая этим самовозбуждение схемы, и можно схему фиг. 1 отрегулировать так, чтобы она не самовозбуждалась от толчков в первом случае и самовозбуждалась во втором.

Такое самовозбуждение возможно лишь на частоте точно вдвое меньшей, чем подаваемая, т. к. лишь в этом случае разностная частота будет совпадать с частотой самовозбуждения и будет поддерживать его.

### §2. Установившийся режим

Допустим, что схема фиг. 1 самовозбудилась так, как это было описано выше, на половинной по сравнению с подаваемой частоте; посмотрим, при каких условиях эти колебания будут поддерживать себя. Для этого зададимся каким-нибудь аналитическим выражением характеристики лампы. Пусть:

$$i_a = i_0 + sv_{st} + s_2 v_{st}^2 - s_3 v_{st}^3, \tag{1}$$

где  $i_a$  — анодный ток,  $v_{st}$  — управляющее напряжение, а за начало координат взята для простоты, рабочая точка. Такая характеристика изображена на фиг. 2 и позволяет установить без особого труда основные соотношения и картину этого явления. Исследование при более сложном выражении характеристики можно провести аналогичным пу-

тем, но это будет едва ли целесообразно, т.к. для точного решения надо еще учитывать: сеточный ток, непостоянство  $\mu$  и т.п., что сильно усложнит задачу.

Когда схема фиг. 1 самовозбудится и достигнет установившегося режима мы получим:

$$v_{st} = \varepsilon \cos 2\omega t + v \cos(\omega t + \varphi), \qquad (2)$$

где первое слагаемое есть внешняя эдс с частотой, равной примерно двойной частоте контура, а второе — управляющее напряжение, возникшее из-за самовозбуждения. Нам нужно будет найти его амплитуду v и сдвиг фаз относительно внешнего напряжения  $\varphi$ .

Для этого найдем анодный ток, который будет идти под действием этого  $v_{st}$ , для чего нужно подставить выражение (2) в ур. (1). После подстановки и преобразования результата в сумму отдельных синусоидальных составляющих, мы получим анодный ток, состоящий из постоянной составляющей и синусоидальных слагаемых с частотами  $\omega$ ,  $2\omega$ ,  $3\omega$ ,  $4\omega$ ,  $5\omega$  и  $6\omega$ .

Все эти составляющие, проходя через анодный контур, не будут создавать на нем заметную разность потенциалов, за исключением составляющей с частотой  $\omega$ , близкой к резонансной частоте контура  $\omega_0$ . Поэтому на ход явления будет оказывать влияние лишь последняя составляющая, а все другие можно не рассматривать.

Слагаемая анодного тока с частотой  $\omega$  будет:

$$J_a \cos(\omega t + \varphi) = sv \cos(\omega t + \varphi) + s_2 \Sigma v \cos(\omega t - \varphi) - \frac{3}{4} s_3 v^3 \cos(\omega t + \varphi) - \frac{3}{2} s_3 \Sigma^2 v \cos(\omega t + \varphi).$$
(3a)

Как это легко получить из подстановки ур. (2) в ур. (1). Или, переведя в комплексную форму и обозначая как обычно:

$$J_a \cos(\omega t + \varphi)$$
 через  $\overline{J_a}$ ,  
 $V \cos(\omega t + \varphi)$  через  $\overline{V}$  и  
 $V \cos(\omega t - \varphi)$  через  $\overline{V^x}$ ,

где  $\overline{V^x}$  — есть вектор, сопряженный с  $\overline{V}$ , мы получим:

$$\overline{J_a} = s\overline{V} + s_2\varepsilon\overline{V^x} - \frac{3}{4}s_3V^2\overline{V} - \frac{3}{2}s_3\varepsilon^2\overline{V}.$$
(36)

Чтобы получить второе уравнение, связывающее  $\overline{V}$  и  $\overline{J_a}$ , воспользуемся известными зависимостями для лампового генератора:

$$\overline{V} = \overline{V_g} + D\overline{V_a},\tag{4}$$

$$\overline{V_a} = -\overline{Z} \,\overline{J_a},\tag{5}$$

$$\overline{V_g} = -k\overline{V_a},\tag{6}$$

$$\frac{1}{\overline{z}} \cong \frac{1}{z_0} + j \frac{\varphi}{\omega_0 L},\tag{7}$$

где:  $\frac{\overline{V_g}}{\overline{V_a}} - \text{напряжение частоты } \omega \text{ на сетке,} \\
\overline{V_a} - \text{напряжение частоты } \omega \text{ на аноде,} \\
\overline{z} - \text{сопротивление анодного контура для частоты } \omega, \\
z_0 - \text{резонансная величина } \overline{z}, \\
k - \text{коэффициент обратной связи,} \\
\varphi = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} - \text{расстройка,} \\
\varphi_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \\
L - \text{самоиндукция анодного контура,} \\
C - \text{емкость анодного контура.} \\
\text{Из этих зависимостей (4), (5), (6) и (7) легко получить:} \\
\overline{J_a} = \left[\frac{1}{\sqrt{LC}} + j\frac{\varphi}{\sqrt{LC}}\right] \overline{V}.$ 

$$\overline{J_a} = \left\lfloor \frac{1}{(k-D)z_0} + j \frac{\varphi}{(k-D)\omega_0 L} \right\rfloor \overline{V}.$$
(8)

Или, сопоставляя это ур. с ур. (Зб), получим:

$$\left[\frac{1}{(k-D)z_0} + j\frac{\varphi}{(k-D)\omega_0 L}\right]\overline{V} = \left(s - \frac{3}{4}s_3v^2 - \frac{3}{2}s_3\varepsilon^2\right)\overline{V} + s_2\varepsilon\overline{V^*}.$$
 (9)

В этом уравнении лишь одно неизвестное  $\overline{V}$  ( $\overline{V^*}$  можно считать известным, коль скоро будет известно  $\overline{V}$ ) и его можно из этого уравнения определить.

Одно решение ур. (9), очевидно, будет:

$$\overline{V} = 0, \tag{10}$$

т.е. отсутствие колебаний с частотой  $\omega$ , равной половине подаваемой. Но это решение будет иногда, как показано ниже, неустойчивым.

Другое решение мы получим, когда:

$$V \neq 0.$$

Для этого случая можно ур. (9) поделить на  $\overline{V}$ . Поделив, мы получим:

$$\frac{1}{(k-D)z_0} + j\frac{\varphi}{(k-D)\omega_0 L} = s - \frac{3}{4}s_3v^2 - \frac{3}{2}s_3\varepsilon^2 + s_2\varepsilon\overline{m},$$

где  $\overline{m} = \frac{\overline{V^*}}{\overline{V}}$  и является единичным вектором с углом сдвига фаз  $-2\varphi$ . А из этого ур. легко получим:

$$V^2 = a - 2\varepsilon^2 - jb\varphi + c\overline{m}\varepsilon, \qquad (11)$$

где:

$$a = \frac{4}{3s_3} \left( s - \frac{1}{(k-D)z_0} \right),$$
 (12)

$$b = \frac{4}{3s_3} \frac{1}{(k-D)\omega_0 L},$$
 (13)

$$c = \frac{4}{3s_3}s_2.$$
 (14)

42

Т. к. слева в ур. (11) стоит вещественное положительное число, то и правая часть должна быть вещественной и положительной, а это значит, что мы должны единичный вектор  $\overline{m}$  подобрать так, чтобы последний член ур. (11) скомпенсировал бы *jby*.

Решим ур. (11) графически, для чего перепишем его в виде:

$$V^2 = c\varepsilon\overline{m} - (2\varepsilon^2 - a + jby).$$
<sup>(15)</sup>

Чтобы определить отсюда  $V^2$  строим вектор OA (см. фиг. 3), изображающий скобку ур. (15), и вектор  $c \varepsilon \overline{m}$ , величина которого нам задана, а направление мы выбираем так, чтобы разность между ними AB была вещественна и положительна. Эта разность AB и будет как раз равняться  $V^2$ .

Из фиг. З легко найти и аналитическое выражение для  $V^2$ :

$$V^{2} = a - 2\varepsilon^{2} + \sqrt{(c\varepsilon)^{2} - (by)^{2}}$$
. (16)

Легко находится и угол  $\varphi$ , т.к. нам известно направление  $\overline{m}$ . Мы знаем, что  $\overline{m}$  имеет сдвиг фаз равный  $-2\varphi$  и значит:  $\angle A_1 OB = -2\varphi$ 

$$\begin{array}{c} & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & &$$

(17a)

или:

$$\sin 2\varphi = -\frac{by}{c\varepsilon}.$$
(176)

Проанализируем выражения (16), (17а), (17б) и фиг. 3. С изменением подаваемой извне частоты у нас будет меняться  $\omega$  и значит y, при этом вектор  $c\overline{m}\varepsilon$  будет скользить по окружности B,  $B_1$ ,  $B_2$ , а вектор OA — по прямой A,  $A_1$ ,  $A_2$ , величина же  $V^2$  будет, меняясь, принимать последовательно значения AB,  $A_1B_1$ ,  $A_2B_2$  и т. д., достигая максимума при y = 0.

Разберем два случая: первый, когда *a* < 0, и второй, когда *a* > 0.

В первом, без подачи, т. е. при  $\varepsilon = 0$  из ур. (16), мы получим  $V^2 < 0$ , что не имеет смысла, и, значит, мы будем иметь лишь одно решение (10), т. е. V = 0. Таким образом, в этом случае, схема без подачи не генерирует. При подаче же некоторых вольт мы можем получить, согласно ур. (16) и фиг. 3  $V^2 > 0$ , т. е. возбуждение на половинной частоте. В этом случае центр 0 будет всегда лежать левее линии  $AA_2$ , причем с увеличением подаваемого напряжения будет сдвигаться влево пропорционально  $\varepsilon^2$ . Радиус же окружности будет увеличиваться пропорционально  $\varepsilon$ . Таким образом в этом случае, наши квазирезонансные кривые (кривые зависимости  $V^2$  от подаваемой на сетку частоты или расстройки y) будут с увеличением  $\varepsilon$  изменяться, как показано на фиг. 4а (эти кривые являются повернутыми на 90° фиг. 3). Как видно из них, у нас сначала будет расти  $V^2$  и расти ширина кривой, потом же и то и другое начнет уменьшаться, пока деление ни при какой частоте не станет возможным.

Во втором случае, когда a > 0, мы получим, что при a = 0 мы можем иметь  $V^2 = a$  и y = 0, т.е. наша схема будет генерировать на собственной частоте (из ур. (12) легко видеть, что условие a > 0 равносильно обычному условию самовозбуждения лампового генератора). При подаче же внешней  $edc \varepsilon$  мы будем получать согласно ур. (16) деление до тех пор, пока  $bv < c\varepsilon$ , при больших же расстройках деление станет невозможным, и, согласно ур. (11), где надо вычеркнуть для этого случая член  $\overline{cm}\varepsilon$ , который может существовать только при делении пополам, мы получим:

$$V^2 = a - 2\varepsilon^2,$$
  
$$y = 0,$$

т.е. генерацию на собственной частоте.

Изменение процесса с изменением подаваемой edc показано на фиг. 46, где в средней незаштрихованной части мы имеем генерацию с частотой половинной от подаваемой, а по бокам, в заштрихованных частях, — генерацию на собственной частоте  $\omega_0$ . Таким образом мы здесь будем иметь своеобразное увеличение частоты.

Если у нас рабочая точка будет находиться в области, где  $S_3 < 0$ , то у нас, как известно, будет жесткое самовозбуждение, и колебания в квазирезонансных кривых будут начинаться и кончаться скачком, но общая картина явления окажется прежней. Для этого случая нужно рассматривать ламповую характеристику вида:

$$i_a = i_0 + sv_0 + s_2 v_{st}^2 + s_3 v_{st}^3 - s_2 v_{st}^5.$$

т.е. еще с членом пятой степени. Это необходимо т.к. иначе в характеристике не будет тока насыщения и раз возникшие колебания будут все время возрастать, никогда не достигая установившегося режима.

Экспериментально снятые квазирезонансные кривые, полученные со схемой фиг. 5, изображены на фиг. 6. При этом данные схемы были: лампа  $\Pi = 7$  с характеристикой:

$$i_a = 4.2 \cdot 10^{-4} + 1.92 \cdot 10^{-4} v_{st} + 1.67 \cdot 10^{-5} v_{st}^2 - 9.25 \cdot 10^{-8} v_{st}^3$$

отнесенной к рабочей точке

$$E_a = 80 V, \quad E_{\varphi} = -5V.$$

Анодный контур имеет:

$$Z_0 = 170\,000\Omega, \quad L = 1,81_m H, \quad \omega_0 \cong 350$$
кц.

У этих квазирезонансных кривых ширина очень хорошо сходится с теоретической, амплитуда же получается меньше, что можно объяснить сеточным током.



## § 3. Возникновение колебаний с половинной частотой

Рассмотрим теперь возникновение колебаний с половинной частотой.

Как было уже сказано, если в схеме фиг. 1 появится частота, равная половине от подаваемой, то она, благодаря обратной связи и разностной частоте, начнет усиливаться пока не достигнет установившегося режи-

ма, который уже рассмотрен выше. Появиться же может половинная частота, практически, двумя путями:

1) при внезапном появлении на сетке edc с частотой  $2\omega$  мы будем иметь фактически целый спектр частот, содержащий и частоту  $\omega$ , которая и будет в этом случае начальным колебанием;

2) прилагаемое напряжение частоты  $2\omega$  проходит сначала через ряд контуров, настроенных на эту частоту, и потом уже попадает на нашу лампу. В этом случае частота  $\omega$  в спектре будет очень сильно ослаблена и роль начального колебания будет играть шат. эффект, имеющий в своем спектре все частоты, или другие флюктуации.

Относительно процесса нарастания амплитуды предположим, что он происходит по обычноку закону:

$$v = V e^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi)$$

и проверим это допущение.

В этом случае управляющее напряжение будет:

$$v_{st} = \varepsilon \cos 2\omega t + V e^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi). \tag{18}$$

Определяя анодный ток при таком  $v_{st}$  по ур. (1), мы, как и раньше, займемся лишь рассмотрением слагающей с частотой  $\omega$ , близкой к  $\omega_0$ . Она получится аналогичной ур. (3а) с тем лишь отличием, что везде вместо v будет  $Ve^{\alpha t}$ , значит:

$$i_{a} = sVe^{\alpha t}\cos(\omega t + \varphi) + s_{2}\varepsilon Ve^{\alpha t}\cos(\omega t - \varphi) - \frac{3}{4}s_{3}V^{3}e^{3\alpha t}\cos(\omega t + \varphi) - \frac{3}{2}s_{3}\varepsilon^{2}Ve^{\alpha t}\cos(\omega t + \varphi)$$

или, пренебрегая членом, содержащим  $V^3 e^{3\alpha t}$ , что можно сделать, когда  $V e^{\alpha t}$  величина малая, как это будет в начале процесса, мы получим:

$$i_{a} = J_{a}e^{\alpha t}\cos(\omega t + \varphi) = sVe^{\alpha t}\cos(\omega t + \varphi) + s_{2}\varepsilon Ve^{\alpha t}\cos(\omega t - \varphi) - \frac{3}{2}s_{3}\varepsilon^{2}Ve^{\alpha t}\cos(\omega t + \varphi).$$
 (19)

Под действием такого тока на анодном контуре мы получим разность потенциалов такого же типа  $e^{\alpha t}\cos(\omega t + \varphi)$  и во всех цепях будут течь аналогичные токи.

Как известно<sup>2</sup>), при затухающих или нарастающих колебаниях такого типа можно для решения задач пользоваться обобщенным символическим методом, который отличается от обычного лишь тем, что везде в комплексные выражения вместо  $\omega$  нужно подставить величину  $\omega - j\alpha$  и затем решать задачу как обычно.

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup> См., напр., Гунд «Измерение при высокой частоте» изд. ГНТИ, 1931 г.

Для решения задачи таким способом мы обозначим:

$$\begin{array}{l} J_a e^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi) \; \text{через} \; \overline{J_a}, \\ V e^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi) \; \text{через} \; \overline{V}, \\ V e^{\alpha t} \cos(\omega t - \varphi) \; \text{через} \; \overline{V^*}, \end{array}$$

где опять  $\overline{V^*}$  будет вектор, сопряженный с  $\overline{V}$ . Тогда ур. (19) перепишется так:

$$\overline{J_a} = s\overline{V} + s_2\varepsilon\overline{V^*} - \frac{3}{2}s_3\varepsilon^2\overline{V}.$$
(20)

Для получения второго ур. заменим в ур. (8)  $\omega$  на  $\omega - j \alpha$ . Т. к.  $\omega$ входит в  $\varphi$ , то заменим его на  $\varphi_{\alpha}$ , которое будет равно:

$$\varphi_{\alpha} = \frac{\omega - j_{\alpha}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega - j_{\alpha}} = \frac{\omega}{\omega_0} - j\frac{\alpha}{\omega_0} - \frac{\omega_0\omega}{\omega^2 + \alpha^2} = j\frac{\alpha\omega}{\omega^2 + \alpha^2}$$

или, принимая во внимание, что:

$$\alpha \ll \omega$$
 и  $\omega \cong \omega_0$ ,

мы получим:

$$\varphi_a = \varphi - 2j\frac{\alpha}{\omega_0} \tag{21}$$

и будем иметь вместо ур. (8):

$$J_{\alpha} = \left[\frac{1}{(k-D)z_0} + j\frac{\varphi}{(k-D)\omega_0 L} - \frac{2\alpha C}{k-D}\right]\overline{V}.$$
 (22)

Из ур. (20) и (22) мы получим: что v может быть любым числом и что:  $\alpha$ 

$$=a_1 - d_1\varepsilon^2 - jb_1\varphi + c_1\overline{m}\varepsilon,$$
(23)

где:

$$a_{1} = \frac{k - D}{2C} \left( s - \frac{1}{(k - D)Z_{0}} \right), \tag{24}$$

$$b_1 = \frac{\omega_0}{2},\tag{25}$$

$$c_1 = \frac{k - D}{2C} - s_2, \tag{26}$$

$$d_1 = \frac{3(k-D)}{4C} s_3, \tag{27}$$

$$\overline{m} = \frac{\overline{V^*}}{\overline{V}}, \quad [(\overline{m})] = 1.$$
(28)

Из ур. (23) аналогично ур. (11) и из фиг. 7 аналогичной фиг. 3, мы получим:

$$\alpha_1 = a_1 - d_1 \varepsilon^2 + \sqrt{(c_1 \varepsilon)^2 - (b_1 \varphi)^2},$$
  

$$\alpha_2 = a_1 - d_1 \varepsilon^2 - \sqrt{(c_1 \varepsilon)^2 - (b_1 \varphi)^2}.$$
(29)



Раньше мы второе решение отбрасывали, т. к. оно давало  $V^2 < 0$  (при a < 0).

Таким образом мы получаем, что наша схема может колебаться в начале процесса, при еще малых колебаниях, по законам:

$$v = V_1 e^{\alpha_1 t} \cos(\omega t + \varphi_1) \qquad (30)$$

И

$$v = V_2 e^{\alpha_2 t} \cos(\omega t + \varphi_2), \quad (31)$$

где  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , определяются по ур.

(29),  $V_1$  и  $V_2$  произвольны, а  $\varphi_1$  и тежа.

 $\varphi_2$  по фиг. 7. Как видно из этого чертежа,

$$\varphi_2 = 90 - \varphi_1, \tag{32}$$

легко проверить, что и сумма ур. (30) и ур. (31), т.е.:

$$v = V_1 e^{\alpha_1 t} \cos(\omega t + \varphi_1) + V_2 e^{\alpha_2 t} \cos(\omega t + \varphi_2)$$
(33)

будет также решением, где  $V_1$  и  $V_2$  есть постоянные, зависящие от начальных условий. Т. к. в схеме фиг. 1 нам в виде начальных условий могут быть заданы лишь энергии в емкости C и самоиндукции L и мы нашими двумя постоянными их всегда удовлетворить можем, то значит ур. (33) есть полное решение.

Из ур. (24), (25), (26), (27) и (12), (13), (14) мы видим, что в ур. (29) все коэффициенты пропорциональны соответствующим коэффициентам ур. (16) и значит  $\alpha$  будет отличаться от  $V^2$  лишь постоянным множителем. Поэтому  $\alpha$ , с частотой и подаваемой амплитудой будет меняться как раньше менялось  $V^2$ , т.е. согласно фиг. 4a. Согласно этому, когда деление существует, т.е. ур. (16) дает  $V^2 > 0$ , мы будем иметь  $\alpha_1 > 0$  и, значит, для этого случая положение V = 0 будет неустойчивым.

Таким образом, в начале процесса деления, пока амплитуда мала, нарастание колебаний будет происходить по ур. (33). Потом, с увеличением амплитуды, нарастание, очевидно, замедлится и пойдет асимптотически к установившемуся режиму.

В общем случае, когда характеристика лампы задана ур.

$$i_a = i_0 + sv_{st} + s_2 v_{st}^2 + \ldots + s_n v_{st}^\mu + \ldots$$
(34)

установившийся режим рассчитать трудно, но легко показать, что и здесь в начале процесса при малых амплитудах будет справедливо ур. (33) и подсчитать  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , входящие в него.

48

Зная же  $\alpha$ , мы сможем сказать: будет ли данная схема самовозбуждаться на половинной частоте или нет и как быстро в начале пойдет нарастание амплитуды.

Действительно, подставляя значение  $v_{st}$  из ур. (18) в ур. (34) и пренебрегая членами, содержащими  $V^2$ , что справедливо пока колебания еще невелики, мы получим для составляющей частоты выражение:

$$J_a e^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi) = f_1(\varepsilon) V e^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi) + f_2(\varepsilon) V \varepsilon^{\alpha t} \cos(\omega t - \varphi), \quad (35)$$

где:

$$f_1(\varepsilon) = s + \frac{3}{2}s_3\varepsilon^2 + \frac{15}{8}s_5\varepsilon^4 + \dots + \frac{(2n+1)!}{2^{2n}(n!)^2}s_{2n+1}\varepsilon^{2n} + \dots,$$
(36)

$$f_2(\varepsilon) = \left(s_2 + \frac{3}{2}s_4\varepsilon^2 + \frac{15}{8}s_6\varepsilon^4 + \dots + \frac{(2n+1)!}{2^{2n}(n!)}s_{2n+2}\varepsilon^{2n} + \dots\right)\varepsilon \quad (37)$$

или, сопоставляя с ур. (22) мы, как и раньше, получим ур. для  $\alpha$ :

$$\alpha = -\frac{1}{2cZ_0} + \frac{k-D}{2c}f_1(\varepsilon) - j\frac{\omega_0}{2}\varphi + \frac{k-D}{2c}f_2(\varepsilon)\overline{m}.$$
 (38)

Согласно этому ур.  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  можно определить графически из фиг. 7, беря теперь:

$$r = \frac{k - D}{2c} f_2(\varepsilon), \tag{39}$$

$$h = -\frac{k-D}{2c}f_1(\varepsilon) + \frac{1}{2cZ_0}.$$
(40)

Можно выразить  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  и аналитически; из фиг. 7 мы получим аналогично с ур. (29) и (17в):

$$\alpha_1 = -h + \sqrt{r^2 - \frac{\omega_0^2}{4}\varphi^2}, \qquad (41)$$

$$\alpha_2 = -h - \sqrt{r^2 - \frac{\omega_0^2}{4}\varphi^2}, \qquad (42)$$

$$\sin 2\varphi_1 = \sin \varphi_2 = -\frac{\omega_0 \varphi}{2r},\tag{43}$$

где величины h и r берутся из ур. (39) и (40).

#### § 4. Работа нелинейного фильтра с делением частоты в телеграфных приемниках

Описываемая здесь схема употребляется в радиотелеграфных приемниках для борьбы с атмосферными помехами, при этом фильтр располагается за усилителем промежуточной частоты, а анодный контур фильтра настраивается на частоту половинную от резонансной частоты усилителя. Сигналы после усилителя, попадая на фильтр, возбуждают его на половинной частоте, которая затем выделяется, превращается

4 В.А. Котельников



Фиг. 8

путем гетеродинирования в звуковую частоту, сливается и выпрямляется.

Таким образом ни сигнал, ни помеха, которая будет у нас состоять из модулированных колебаний с резонансной частотой и предварительного усиления, дальше фильтра непосредственно пройти не могут, а могут лишь его возбуждать. Т. к. амплитуда возбуждаемых в фильтре колебаний нарастает согласно ур. (33), т. е. сначала очень медленно, то, как это показано на фиг. 8, короткая помеха не сможет возбудить фильтр до заметной амплитуды, что сделает более продолжительным сигнал, если даже он будет меньшим по амплитуде, чем помеха.

Нужно отметить, что полоса пропускания у части приемника, стоящей перед фильтром, должна быть шире, чем это необходимо для телеграфной работы, т. к. при суженой до такого предела полосе короткие помехи удлинятся, из-за нестационарных явлений не будут ничем отличаться от точек азбуки Морзе и пройдут через фильтр.

Лаборатория приемных центров НИИС НКСвязи